• FOLHA Nº 02 – EXERCÍCIOS •

1) Um certo número inteiro positivo, quando dividido por 15 dá resto 7. Qual é a soma dos restos das divisões desse número por 3 e por 5?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

2) Para quantos inteiros *n* o número $\frac{n}{100-n}$ é também inteiro?

a) 1 b) 6 c) 10 d) 18 e) 100

3) Ana começou a descer uma escada no mesmo instante em que Beatriz começou a subi-la. Ana tinha descido $\frac{3}{4}$ da escada quando cruzou com Beatriz. No momento em que Ana terminar de descer, que fração da escada Beatriz ainda terá que subir?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{5}{12}$ e) $\frac{2}{3}$

4) Para cada número natural n, seja S_n a soma dos dez primeiros múltiplos positivos de n. Por exemplo, $S_2 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20$. Quanto é $S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_{10}$?

a) 2925 b) 3025 c) 3125 d) 3225 e) 3325

5) O professor Piraldo tem dois relógios, ambos digitais de 24 horas. Nenhum dos dois funciona: um muda de horário com o dobro da velocidade normal e o outro vai de trás para frente, na velocidade normal. Ambos mostram corretamente 13:00. Qual é a hora certa na próxima vem em que os dois relógios mostrarem o mesmo horário?

a) 05:00 b) 09:00 c) 13:00 d) 17:00 e) 21:00

6) Em uma cidade arbitrária o prefeito organizou uma rifa com bilhetes numerados de 100 a 999. O prêmio de cada bilhete é determinado pela soma dos algarismos do número do bilhete. Para que ninguém leve três prêmios iguais, estabeleceu-se que quem retirar três bilhetes com as três somas iguais tem direito a um superprêmio. Qual é o menor número de bilhetes que um cidadão deve comprar para ter a certeza de que vai receber um superprêmio?

a) 50 b) 51 c) 52 d) 53 e) 54

7) Seja N o menor número inteiro positivo que multiplicado por 33 resulta em um número cujos algarismos são todos iguais a 7. Determine a soma dos algarismos de N.

a) 10 b) 15 c) 20 d) 25 e) 30

8) Alex descobriu que o produto da idade que tinha há 55 anos atrás pela idade que terá daqui a 55 anos é igual ao cubo de um número primo. Qual é a idade atual de Alex?

a) 64 b) 65 c) 66 d) 67 e) 68

9) Quantos valores inteiros $a > 0$ e $b > 0$, satisfazem $4 \cdot 3^a = 11 + 5^b$?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

10) Sejam os números inteiros MNPQ e NMPQ, onde M, N, P e Q são algarimos distintos e diferentes de zero e $N > M$. Sobre a diferença (NMPQ - MNPQ), pode-se afirmar que, necessariamente, será:

a) Ímpar
c) Sempre negativa
b) Divisível por (M-N)
d) Par menor que 800

11) Qual é o algarismo da ordem das unidades simples do numeral correspondente ao produto da multiplicação $4 . 3^{2002}$ escrito com os algarismos do Sistema Decimal de Numeração?

a) 2 b) 3 c) 6 d) 8 e) 9

12) Trabalhando no conjunto dos números naturais, efetuamos a divisão de **P** por **D**, obtendo quociente **Q** e resto **R**. Em seguida, dividimos **Q** por **D'**, obtendo quociente **Q'** e resto **R'**. Caso dividíssemos o número **P** pelo produto **D. D'**, o resto seria:

a) R . D + R' b) R . D + R c) R . R' d) R e) R'

13) Dividindo $\mathbf{60^2.10^{-1}}$ por b obtém-se quociente 6 e resto r, sendo b e r dois números naturais. Determine a soma dos valores possíveis para b.

a) 254 b) 386 c) 408 d) 504 e) 614

14) O número de pares (x, y) de inteiros positivos que satisfazem a equação $x^8 + 3y^4 = 4y^2y^3$, com $1 \leq y \leq 2007$, é igual a:

a) 40 b) 41 c) 42 d) 43 e) 44

15) Os números x e y são distintos e satisfazem $x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y}$. Então xy é igual a

a) 4 b) 1 c) –1 d) –4 e) é preciso de mais dados

16) Os números *a* e *b* são reais não negativos tais que $a^3 + a < b - b^3$. Então

a) $b < a < 1$ b) $a = b = 1$ c) $a < 1 < b$ d) $a < b < 1$ e) $1 < a < b$

17) Calcule $\dfrac{(2^4+2^2+1)(4^4+4^2+1)(6^4+6^2+1)\ldots(32^4+32^2+1)}{(1^4+1^2+1)(3^4+3^2+1)(5^4+5^2+1)(31^4+31^2+1)}$

a) 1055 b) 1056 c) 1057 d) 1054 e) 1053

18) Quantos são os pares (x, y) de inteiros positivos tais que $x^2 - y^2 = 2^{2010}$?

a) 1000 b) 1001 c) 1002 d) 1003 e) 1004

19) Se x e y são números reais tais que $x^3 + y^3 = 5(x + y)$, $x^2 + y^2 = 4$ e $x + y \neq 0$, determine o valor de xy.

a) 4 b) 3 c) 1 d) 0 e) – 1

20) A expressão $\dfrac{(x^3+y^3+z^3)^2 - (x^3-y^3-z^3)^2}{y^3+z^3}$, é equivalente a:

a) $4x^3$ b) $4yx^3$ c) $4zx^3$ d) $4yzx^3$ e) $4xyz$

21) No triângulo ABC, temos $\angle A = 120°$ e BC = 12 cm. A circunferência inscrita em ABC tangencia os lados AB e AC, respectivamente, nos pontos D e E. Sejam K e L os pontos onde a reta DE intersecta a circunferência de diâmetro BC. Determine a distância entre os pontos médios dos segmentos BC e KL.

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

22) Em um triângulo ABC, $\angle A = 20°$ e $\angle B = 110°$. Se I é o incentro (centro da circunferência inscrita) e O o circuncentro (centro da circunferência circunscrita) do triângulo ABC, qual a medida do ângulo $\angle IAO$?

a) 20° b) 25° c) 30° d) 40° e) 35°

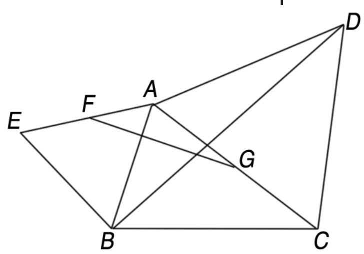
23) O triângulo ABC é retângulo em B. Sejam I o centro da circunferência inscrita em ABC e O o ponto médio do lado AC. Se AOI = 45°, quanto mede, em graus, o ângulo ACB?

a) 30° b) 25° c) 20° d) 15° e) 60°

24) Dado o quadrilátero ABCD tal que $\angle CAD = 25°$, $\angle ACD = 45°$ e $\angle BAC = \angle BCA = 20°$, qual o valor do ângulo $\angle DBC$?

a) 40° b) 45° c) 50° d) 55° e) 60°

25) Na figura a seguir, *ABC* é um triângulo qualquer e *ACD* e *AEB* são triângulos equiláteros. Se *F* e *G* são os pontos médios de *EA* e *AC*, respectivamente, a razão $\dfrac{BD}{FG}$ é:



a) $\dfrac{1}{2}$

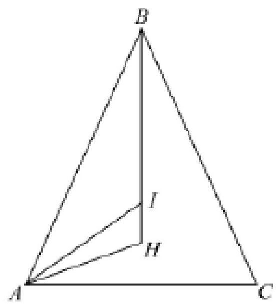
b) 1

c) $\dfrac{3}{2}$

d) 2

e) Depende das medidas dos lados de ABC.

26) No triângulo ABC isósceles abaixo, I é o encontro das bissetrizes e H é o encontro das alturas. Sabe-se que $\angle HAI = \angle HBC = \alpha$. Determine o ângulo α.



a) 18°

b) 20°

c) 22°

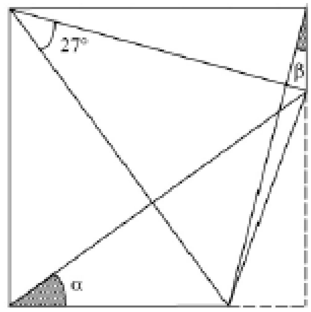
d) 24°

e) 26°

27) No triângulo ABC tem-se AB = 4, AC = 3 e o ângulo BÂC mede 60°. Seja D o ponto de intersecção entre a reta perpendicular a AB passando por B e a reta perpendicular a AC passando por C. Determine a distância entre os ortocentros dos triângulos ABC e BCD.

a) $\frac{2\sqrt{39}}{5}$ b) $\frac{2\sqrt{39}}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{39}}{7}$ d) $\frac{2\sqrt{39}}{9}$ e) $\frac{2\sqrt{39}}{11}$

28) O canto de um quadrado de cartolina foi cortado com uma tesoura. A soma dos comprimentos dos catetos do triângulo recortado é igual ao comprimento do lado do quadrado. Qual o valor da soma dos ângulos α e β marcados na figura abaixo?



a) 63°
b) 64°
c) 65°
d) 66°
e) 67°